



باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج
امتحانات نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس : هندسه ۳	نمره به عدد:
نام دبیر:	تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نمره به حروف:
کلاس: دوازدهم ریاضی	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۲
ردیف	تذکر: پاسخ سوالات را با استفاده از خودکار مشکی یا آبی در پاسخنامه بنویسید	
بارم		

بارم	۱- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ یک ماتریس 3×2 مانند C را طوری پیدا کنید که $A+B-C = O_{3 \times 2}$
۱,۵	
۱	۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ مطلوب است محاسبه A^{10} .
۱	
۱,۵	۳- دترمینان ماتریس زیر را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$
۱	۴ - وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.
۱,۵	۵ - دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

۶- نشان دهید ماتریس $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است.

۱

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری پیدا کنید که حاصلضرب $A \times B$ ماتریسی قطری باشد.

۱

۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ابتدا ماتریس A^{-1} را بدست آورده و $|A|$ را با $|A^{-1}|$ مقایسه کنید.

۱,۵

۹- به ازای چه مقادیری از K دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد؟

۱,۵

۱۰- دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.

۱,۵

۱۱- نقاط A, B, C و D در صفحه مفروضاند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).

۱,۵

۱۲ - نقاط . نقاط A و B و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).

نقطه C

۱,۵

۱۳ - معادله دایره ای را بنویسید که $O(1, 1)$ مرکز آن و $A(3, 2)$ نقطه ای از آن باشد.

۱

۱۴ - وضعیت هریک از خطوط و دایره های زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

۲

الف) $3x + 4y = 0, x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$

ب) $x + y = 1, x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

۱۵ - معادله دایره ای را بنویسید که $O(1, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط $3x + 4y = 0$ مماس باشد.

۱



باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج
امتحانات نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس: هندسه ۳	نمره به عدد:
نام دبیر:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نمره به حروف:
کلاس: دوازدهم ریاضی	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۲
ردیف	تذکر: پاسخ سوالات را با استفاده از خودکار مشکی یا آبی در پاسخنامه بنویسید	
بارم		

بارم	۱- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ یک ماتریس 3×2 مانند C را طوری پیدا کنید که $A+B-C = O_{3 \times 2}$
۱,۵	$A+B-C = \bar{O}$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} - C = \bar{O}$ $\bar{C} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$
۱	۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ مطلوب است محاسبه A^{10} $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ $A^3 = A$ $A^4 = I$ $A^5 = A$ $A^6 = I$ $A^7 = A$ $A^8 = I$ $A^9 = A$ $A^{10} = I$ کول زبج $I = A^2 = I$
۱,۵	۳- دترمینان ماتریس زیر را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ $ A = (4-9-8) - (3-12-8) = +4$
۱	۴- وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ را به دست آورید. $ A = 10 - 8 = 2$ $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$
۱,۵	۵- دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $A \cdot X = B$ $X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

۶- نشان دهید ماتریس $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است.

$$A \times A^{-1} = I$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} = I \rightarrow B = A^{-1}$$

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری پیدا کنید که حاصلضرب $A \times B$ ماتریسی قطری باشد.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -2+2a \\ b-3 & -2b-1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 2a-1 &= 0 \rightarrow a = \frac{1}{2} \\ b-3 &= 0 \rightarrow b = 3 \end{aligned}$$

۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ابتدا ماتریس A^{-1} را بدست آورده و $|A|$ را با $|A^{-1}|$ مقایسه کنید.

$$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

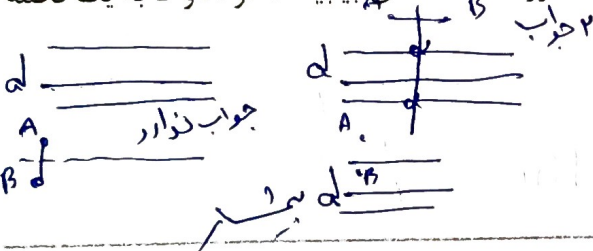
$$|A^{-1}| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} - (-\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

$$|A| = \frac{1}{|A^{-1}|}$$

۹- به ازای چه مقادیری از K دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد؟

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{k}{1} \neq -\frac{3}{2} \quad K \neq -\frac{3}{2} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

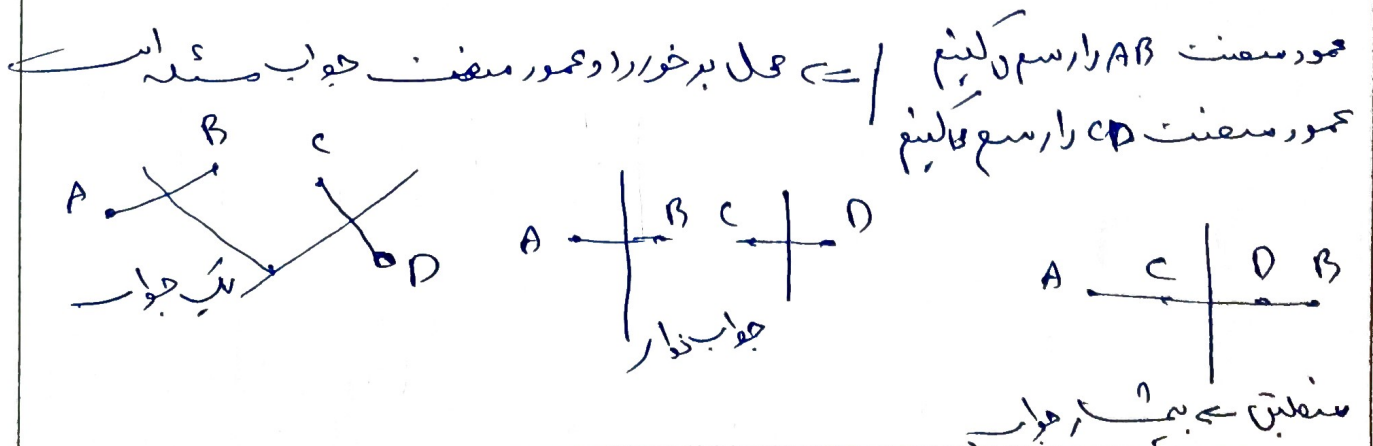
۱۰- دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضه نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله



بوده و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.
الف محور مسافت AB را رسم کنیم
ب دو خط موازی به فاصله ۳ به رسم کنیم
حل برخورد دو مکان هندسی جواب مسئله است

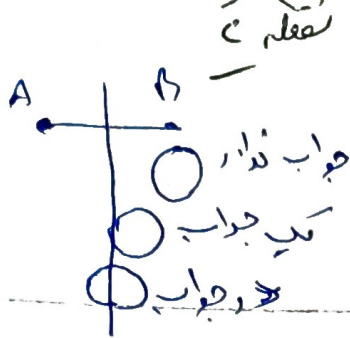
۱۱- نقاط A, B, C, D در صفحه مفروضه اند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D

نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).



۱۲ - نقاط . نقاط A و B در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از به فاصله ۳ سانتی متر

۱.۵



باشد (بحث کنید).
محور مسافت AB را رسم کنید
دایره را به مرکز C و شعاع ۱.۵ رسم کنید
حل برخورد دو محور معنی جواب میده است

۱۳ - معادله دایره ای را بنویسید که O(1, 1) مرکز آن و A(3, 2) نقطه ای از آن باشد.

$$OA = R = \sqrt{(3-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$$

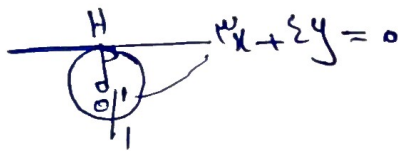
۱۴ - وضعیت هریک از خطوط و دایره های زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

الف) $3x + 4y = 0, x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ جواب الف زیر سوال ۱۵

ب) $x + y = 1, x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

$R = \frac{1}{2} \sqrt{4+4+8} = 2$ $OH = \frac{|1+1-1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$
 $OH < R$ خط و دایره در دو نقطه همدیگر را قطع میکنند

۱۵ - معادله دایره ای را بنویسید که O(1, 1) مرکز آن بوده و بر خط $3x + 4y = 0$ مماس باشد.



$$OH = \frac{|3+4|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{7}{5} = R$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{49}{25}$$

حل الف سوال ۱۴

$3x + 4y = 0, x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

$R = \frac{1}{2} \sqrt{4+4-28} = 1$

$OH = \frac{|3+4|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{7}{5}$

$OH > R$

خط و دایره همدیگر را قطع نمی کنند